

Zスコアによる共同実験結果の検討 (続)

Zスコアによる評価並びにユーデンプロットによる評価

前々号で「技能試験の進め方」について解説し、引き続き前号で、実際の共同実験における測定値を用いて、「計算手順」を具体的に示しました。今回は、Zスコア単独による評価の他に、試験所間 Z スコア(ZB)と試験所内 Z スコア(ZW)の組み合わせによる「複合評価」並びに「ユーデンプロットによる評価」について述べることにします。

1. Zスコア単独による評価

Zスコアによる評価の基準は、前号の3.3に記載しておきましたように、

- | Z | 2: 満足 (satisfactory)
- 2 < | Z | < 3: 疑わしい (questionable)
- | Z | 3: 不満足 (unsatisfactory)

として規定されております。

この基準を、前号でご紹介した実施例に適用しますと、表1の如くなります。

表1 Zスコア単独による評価と該当事業所

	サンプル 1	サンプル 2	試験所間 (ZB)	試験所内 (ZW)
2 < Z < 3	?	?		?
Z 3		?	?, ?	?

ここで、サンプル1, サンプル2のZスコア、及び、試験所間Zスコア(ZB)に関しては、

Z 3 の場合は他の事業所に比べて、大きいほうに偏っている。

Z -3 の場合は小さい方に偏っている

ことを示しており、又、試験所内Zスコア(ZW)が | Z | 3 の場合は、他の事業所より「バラツキ」が大きいことを示しております。

2. 試験所間Zスコア(ZB)及び試験所内Zスコア(ZW)による複合的な評価

2.1 ZBとZWによる複合評価図の作成

今回の測定結果について、サンプル1,2の測定値をそれぞれ横軸と縦軸にとって、各事業所のデータの散布図を画き、この散布図上に | ZB | = 3 及び | ZW | = 3 の計4本の直線を引き、さらにその内部に | Z | = 2 の4本の直線を引きます(図1)。

その手順を次に示します。

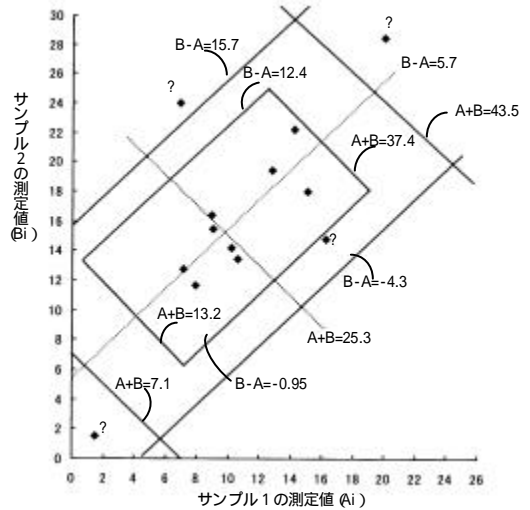


図1 ZBとZWの複合評価図

- (1) まず、ZB = 3 を満足する直線の式は、試験所間(ZB)の計算式

$$ZB = \frac{(Ai + Bi) - (\text{中央値})}{IQR \times 0.7413} \dots\dots$$

において、ZB = 3 を満足する(Ai+Bi)の値を求めればよいわけですから、

前号の実施例では、式に

$$\begin{aligned} ZB &= 3 \\ \text{中央値} &= 25.3 \\ IQR &= 8.2 \end{aligned}$$

(前号の表3参照)

を代入して、これを解くと

$$3 = \frac{(Ai + Bi) - 25.3}{8.2 \times 0.7413}$$

$$Ai + Bi = 3 \times 8.2 \times 0.7413 + 25.3 = 43.5$$

が得られます。

- (2) 同様に、ZB = -3 として Ai+Bi 7.1
- (3) 試験所内Zスコア(ZW)の場合は、

$$ZW = \frac{(Bi - Ai) - (\text{中央値})}{IQR \times 0.7413} \dots\dots$$

$$\begin{aligned} \text{に、} ZW &= 3 \\ \text{中央値} &= 5.7 \\ IQR &= Bi - Ai = 4.5 \quad (Bi > Ai) \end{aligned}$$

(前号の表3参照)

を代入して、これを解くと

$$3 = \frac{(B_i - A_i) - 5.7}{4.5 \times 0.7413}$$

$$B_i - A_i = 3 \times 4.5 \times 0.7413 + 5.7 = 15.7$$

(4) 同様に、 $ZW = -3$ として

$$B_i - A_i = -4.3$$

(5) 以上により、

$$A_i + B_i = 43.5 \dots\dots$$

$$A_i + B_i = 7.1 \dots\dots$$

$$B_i - A_i = 15.7 \dots\dots$$

$$B_i - A_i = -4.3 \dots\dots$$

の4本の直線が得られます。(図1参照)

(6) (1)~(4)と同様にして、 $|ZB| = 2$ と、 $|ZW| = 2$ の4本の直線を求めると、次の式が得られます。

$$A_i + B_i = 37.5 \dots\dots$$

$$A_i + B_i = 13.1 \dots\dots$$

$$B_i - A_i = 12.4 \dots\dots$$

$$B_i - A_i = -1.0 \dots\dots$$

(7) 以上の手順によって得られた ~ の直線を散布図の上に書き、

(8) 次に、その中心の区画(図2の)の内側に、 ~ の直線を画きます。

2.2 複合評価図上の10個の区画とその評価

一般にこの散布図は、試験所間Zスコア(ZB)=3、及び、試験所内Zスコア(ZW)=3の4本の直線により、9個の区画(図2の ~)に分割され、さらに の内部は、

' $3 > |ZB| > 2$ 及び / 又は $3 > |ZW| > 2$ のグレーゾーン、

" $|ZB| = 2$ 且つ $|ZW| = 2$ の満足ゾーン

の2区画に分割されます。

この10個の各区画について吟味すると、各区画について、表2のように評価することができます。

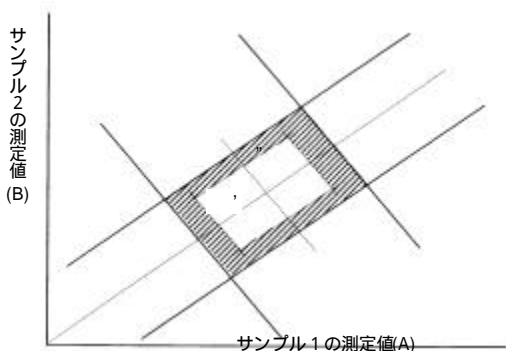


図2 ZBとZWによる複合評価図
(サンプル1の $Q_2 <$ サンプル2の Q_2 の場合)

表2 複合評価図の10個の区画とその評価

区画	所間変動	所内変動	評価
	Z -3	Z -3	小さい方に偏りがあり、バラツキも大きい(A, Bの何れかに引きずられている場合もある)。
	Z -3	Z 3	大きい方に偏りがあり、バラツキも大きい(A, Bの何れかに引きずられている場合もある)。
	Z 3	Z -3	大きい方に偏りがあり、バラツキも大きい(A, Bの何れかに引きずられている場合もある)。
	Z 3	Z 3	大きい方に偏りがあるが、バラツキはない。
	Z -3	-3 < Z < 3	小さい方に偏りがあるが、バラツキはない。
	Z 3	-3 < Z < 3	大きい方に偏りがあるが、バラツキはない。
	-3 < Z < 3	Z -3	偏りはないが、バラツキが大きい(A, Bの何れかが大きく離れている場合もある)。
	-3 < Z < 3	Z 3	偏りはないが、バラツキが大きい(A, Bの何れかが大きく離れている場合もある)。
	$3 > Z > 2$ 又は / 及び $3 > Z > 2$		偏りか、バラツキの何れか、あるいは両方に疑わしい点がある。
"	Z = 2	Z = 2	偏りもなく、バラツキもない。

* サンプル1の $Q_2 <$ サンプル2の Q_2 の場合

前号の実施例による複合評価図(図1)によれば、? が の区画に、? が の区画に属していて、それぞれ小さい方と大きい方に偏りがあることが判ります。又、? は に属しているので、バラツキが大きいことを示しています。その他、? は ' のグレーゾーンに属していて、図中のこの位置から「バラツキに少し問題がありそうだ」ということが判ります。

2.3 複合評価図における評価とその原因

複合評価図の各区画についての評価を表2に示しましたが、" 以外の区画の事業所は、その測定技術に「問題あり」の指摘を受けたわけですから、その原因を調べなくてはなりません。日環協の水質技術委員会で、「偏り」や「バラツキ」が生ずる原因を検討しましたので、これを参考にしてください。

【「偏り」又は「バラツキ」の主要因】

(1) , の区画に該当する事業所は次の点に注意する必要がある。

- 標準溶液の濃度の変化
- 使用する水、試薬等の汚染
- 試料の準備操作
- 計算式の誤り
- 等

(2) , の区画に該当する事業所は次の点に注意する必要がある。

- 個々の容器等の汚染
- 環境からの汚染
- 前処理及び準備操作
- 測定装置の安定性(維持管理の不足)
- 等

- (3) , , の区画に該当する事業所は、偏りもバラツキも大きいので、その原因を十分に究明する必要がある（場合によっては A, B の何れかの値が大ききずれているために、このような結果になった可能性もある）。
- (4) ' の区画に該当する事業所は、偏りかバラツキの何れか、あるいは両方に疑わしい点があるので、上記の(1), (2)の諸点に留意して戴きたい。
- (5) " の区画に該当する事業所は、偏りもバラツキも小さく、技術的に満足しているといえる。

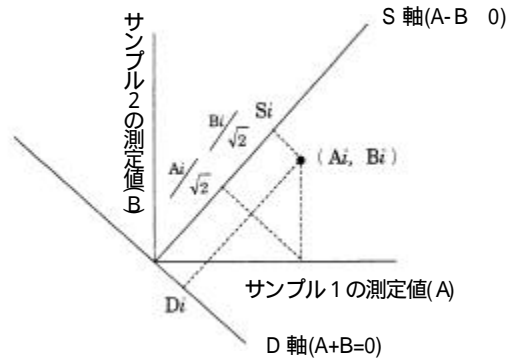


図3 測定値(Ai, Bi)の「偏り度(Si)」と「バラツキ度(Di)」への分解

全測定値を偏り度(S)とバラツキ度(D)に分解した後、S軸上のS値の分布、及び、D軸上のD値の分布を求めます。これらの分布はおおむね正規分布をしていると考えてよいので、当該試験に最も適した確率（信頼限界）で許容範囲を定め、その値と各事業所の値（Si 又は Di）とを比較して評価を行なうことができます（これまでに述べた実施例においては、S値又はD値について四分位数法を適用してZスコアを求め、

$|Z| = 3$ を基準にして、各事業所の技術の評価を行なったことになる）。

ユーデンプロット法は、偏り度(S)の許容範囲(Sr)を長軸とし、バラツキ度の許容範囲(Dr)を短軸にした長円を散布図の上に書き、その内側に存在するか外側に存在するかによって、当該事業所の技術の評価を行なう手法です。

3.3 ユーデンプロットによる評価

今、実施例の複合評価図（図1）に、偏り度及びバラツキ度の許容範囲を、両方とも $|Z| = 3$ としてユーデンプロットを重ねて画くと図4が得られます。この場合、得られた楕円上の点は、確率的に「偏り単独」あるいは「バラツキ単独」の場合の $|Z| = 3$ と同じ程度の確率で、他の事業所から掛け離れていることとなりますので、この外側が「不満足」の区画になるわけです。

ここで、 $|Z| = 3$ の4本の線で囲まれた長方形と、ユーデンプロットによる楕円の間部分は、Zスコアでは、「疑わしい」の評価ですが、ユーデンプロットでは「不満足」の評価になりますから、後者の方が「より厳しく」評価していることとなります。

3. ユーデンプロット (Youden Plot) による評価

3.1 ユーデンプロットについて

前号の実施例のように濃度の近い2つの試料（サンプル1, サンプル2）を1回ずつ測定した場合について、サンプル1を横軸に、サンプル2を縦軸にとって散布図を画くと、系統誤差とランダム誤差の影響によって散布図は広がりを見せます（図1）。化学分析の場合は一般的に横軸に対して45°の角度に主軸を持つ楕円状の広がりを見せますが、これは、ある測定室(者)がサンプル1に対して「高め又は低め」の結果を出した場合は、サンプル2についても同様に高い（又は低い）結果を出しやすいことを示しています。この散布図上の各点を統計的に処理して、その広がりを出す「等確率長円（ユーデンプロットと呼ぶ）」を画き、その中で当該試験の目的に最も適した確率のユーデンプロットと比較（その長円の外にあるか内にあるかを調べる）することによって各事業所の技能を評価することができるわけです。

ここまで3回にわたって、Zスコアによる技能試験（又は共同実験）の進め方及び評価方法について述べて参りましたが、今後、ユーデンプロットで評価することも考えられますので、その求め方と評価の手順を次に示します。

3.2 ユーデンプロットの作成手順

サンプル1とサンプル2の散布図上に $A - B = 0$ の線（S軸と呼ぶ）、及び $A + B = 0$ の線（D軸と呼ぶ）を画く。この場合、S軸上の変移は「偏りの度合」を示し、D軸上の変移は「バラツキの度合」を示しております。（図3参照）

事業所iの測定値(Ai, Bi)よりS軸及びD軸に垂線を下ろし、その足をSi, Diとします。

$$\text{この時、 } Si = Ai/\sqrt{2} + Bi/\sqrt{2} = (Ai + Bi)/\sqrt{2}$$

$$Di = Ai/\sqrt{2} - Bi/\sqrt{2} = (Ai - Bi)/\sqrt{2}$$

これにより測定値(Ai, Bi)は当該事業所の偏り度(Si)とバラツキ度(Di)に分解されたこととなります。

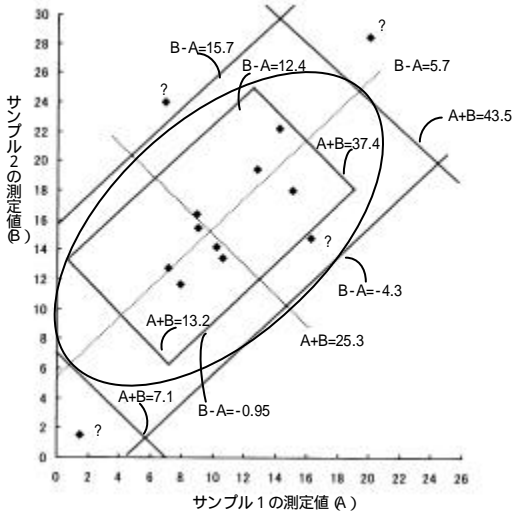


図4 ZBとZWの複合評価図とユーデンプロット

この考え方をさらに敷衍して、 $|Z| = 2$ の4本の線に内接する楕円を画いて、これを「疑わしい」と「満足」の境界線とすると、Zスコアでは「偏り」も「バラツキ」も「満足」なのに、ユーデンプロットでは「疑わしい」の評価を下される事業所が生じてしまいます。従って、どちらの方法で評価するかは、「付与された値」や「四分位数法の採用」等と同様に、試験を始める前に予め決めておく必要があると思います。

3.4 ZB・ZW散布図におけるユーデンプロット

図4は、サンプル1とサンプル2の散布図の上に $|Z| = 3$ の4本の線とユーデンプロットを重ねて画いたものです。ここで、S軸とD軸の目盛りの度合いが違うので長軸と短軸ができ、そのために等確率曲線は楕円になります。

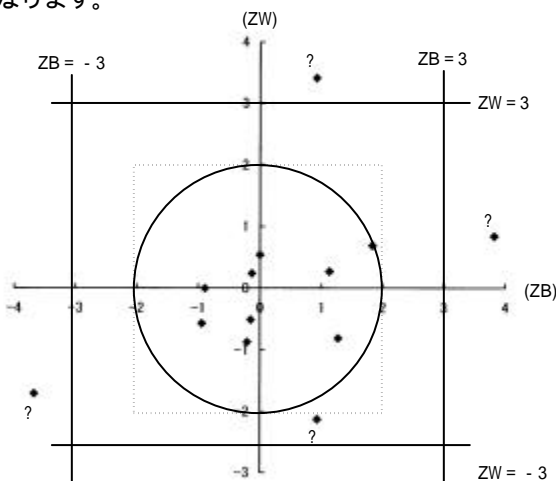


図5 ZB・ZW散布図における $|Z| = 3$ 、 $|Z| = 2$ とユーデンプロットの関係

今、サンプル1, 2の散布図の代わりに、ZBを横軸にとり、ZWを縦軸にとって、かつ等間隔の目盛りでグラフを作り、この上に各事業所のZスコアをプロットしますと図5が得られます。このZB・ZW散布図の上では、等確率曲線は、 $ZB = ZW = 0$ を中心にした同心円となり、図4に示したユーデンプロットは、 $|Z| = 3$ の4本の直線に内接した円になります。従ってユーデンプロットによる評価を図上で行なう場合は、図5の「ZB・ZW散布図」を用いる方が便利のように思われます。

【おわりに】

以上、技能試験の進め方とその評価方法について実施例を用いて解説いたしました。ここで述べた四分位数法によるZスコアは、

- (1) 異常値の影響を受けないようにしながら、しかもなお異常値も含めて評価できること。
- (2) 個々の事業所の技術について、「偏り」と「バラツキ」に分けて評価できること。
- (3) 計算が簡単であること。

等の利点があり、今後、「試験所認定制度における技能試験」の普及に伴ない、各所でこの手法が広く使われていくものと考えられます。

本「解説」は、この手法について私が一步一步辿って来た道程を、なるべく詳しく記述したつもりです。多少至らぬ点もあるかと思いますが、内容をよく理解した上で、「技能試験」あるいは「共同実験」に臨んで戴ければ嬉しく存じます。

【参考文献】

1. 試験所認定制度とその対応について 久代 勝 環境と測定技術 vol.26, No.4, 1999, P55
2. JIS Q 0043-1(1998) 試験所間比較による技能試験 第1部 技能試験スキームの開発及び運営
3. 技能試験(APLAC-T001)に参加して 松本 保輔 環境と測定技術 vol.25, No.9, 1998, P55
4. 工業標準化に基づく試験事業者認定制度に係る技能試験 JNLA 報告書 JNPT10-03 化学品・給水関連器具分野(水溶液の金属分析)
5. 現代統計実務講座 (財)実務教育研究所 文部省認定社会通信教育用テキスト
6. 多変量解析法 奥野 忠一, 久米 均, 芳賀 敏郎 日科技連出版社
7. 共同実験結果報告書 トリクロロエチレン, テトラクロロエチレン 横浜市環境技術協議会 平成11年12月
8. 環境測定分析技術研究調査報告書(平成10年度) 水質中重金属(Cd, Cu, Ni, Fe)分析共同実験 (社)日本環境測定分析協会 平成11年10月
9. 同上 - 解説 平成12年3月
10. ISO/IEC ガイド43-1に基づく技能試験報告書 模擬排水中の重金属分析 - 鉛, 亜鉛, 鉄 - (社)日本分析化学会, (社)日本環境測定分析協会 EWM-1999, (日環-1) 平成12年2月